

Cursos de Verano Complutense 2014



Cuarto Simposio Internacional ETM Espacio de Trabajo Matemático

Fourth ETM Symposium Mathematical Work Space

Quatrième Symposium ETM Espace de Travail Mathématique

Del 30 de Junio al 4 de Julio de 2014
San Lorenzo de El Escorial

Facultad de Ciencias Matemáticas
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

Universidades participantes:



INTRODUCCIÓN/ INTRODUCTION/ INTRODUCTION

Es el 4º Simposio sobre Espacios de Trabajo Matemático (ETM). Los Encuentros de ETM son simposios organizados bajo la metodología de grupos de trabajo a partir de las comunicaciones propuestas por los participantes. El formato Simposio favorece el intercambio fructífero entre los participantes y posibilita la constitución de una comunidad de investigadores con intereses comunes. Las reuniones de ETM tienen una dimensión internacional: Canadá, Chile, Chipre, España, Francia, Grecia, México, Suiza, etc.

El primer encuentro tuvo lugar el 24 y 25 de Octubre del 2009 en Nicosia (Chipre), las comunicaciones están publicadas en el libro: Gagatsis, A., Kuzniak, A., Deliyianni, E. & Vivier, L. (eds). (2009). Cyprus and France, Research in Mathematics Education, Lefkosia.

El segundo encuentro se realizó en París el 22 y 23 de Octubre del 2010 bajo la forma de un Simposio Franco-Chipriote “Espacios de Trabajo Matemático”. Algunas de las comunicaciones de ese simposio fueron seleccionadas y publicadas en la revista Annales de Didactique et de Sciences Cognitives (2011, en el número 16).

La tercera edición de ETM se desarrolló en Montreal del 22 al 24 de Octubre de 2012. Los artículos generados en el Simposio están en proceso editorial para una monografía en la revista RELIME.

ETM meetings are organized into working groups based on the contributions proposed by participants. The form of the Symposium allows an interesting exchange of ideas amongst participants and encourages the development of a scientific community with common interests. ETM meetings have an international dimension (Canada, Chile, Cyprus, France, Greece, Mexico, Switzerland, etc.) and a multilingual participation (English, Spanish, French).

The first ETM meeting took place in October 24-25, 2009 in Nicosia (Cyprus). Communications of this first meeting were published in the book: Gagatsis, A., Kuzniak, A., Deliyianni, E., & Vivier, L. (eds, 2009). Cyprus and France, Research in Mathematics Education, Lefkosia. The second meeting was held in October 22-23, 2010 in Paris, for the first time in the form of a symposium. The papers presented in this symposium were published after being reviewed in the journal ‘Annals of Teaching and Cognitive Sciences’ (Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, in french). The third edition of ETM was held in Montreal in October 22-23-24, 2012. The papers in this symposium are under review in an editorial process for publication in a special issue of the journal RELIME.

Les rencontres ETM sont des symposiums organisés sous forme de groupes de travail à partir des communications proposées par les participants. La formule symposium a permis des échanges fructueux entre les participants et a encouragé la constitution d’une communauté de chercheurs

aux intérêts communs. Les rencontres ETM profitent d'une dimension internationale (Canada, Chili, Chypre, Espagne, France, Grèce, Mexique, Suisse, etc.) et d'une participation multilingue (anglais, espagnol, français). La première rencontre ETM a eu lieu les 24 et 25 octobre 2009 à Nicosie (Chypre). Les communications de ce Symposium ont été publiées dans l'ouvrage : Gagatsis, A., Kuzniak, A., Deliyianni, E., & Vivier, L. (eds, 2009).

Cyprus and France, Research in Mathematics Education, Lefkosia. La deuxième rencontre a eu lieu les 22 et 23 octobre 2010 à Paris, pour la première fois, sous la forme d'un symposium. Les articles issus des communications de ce Symposium ont été publiés après relecture dans la revue Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. La troisième édition d'ETM s'est déroulée à Montréal les 22, 23 et 24 octobre 2012. Les articles issus des communications de ce symposium sont entrés dans un processus éditorial pour une publication dans un numéro spécial de la revue RELIME.

MARCO GENERAL PARA EL CUARTO ENCUENTRO ETM

Los encuentros primeros estuvieron dedicados al estudio de la noción de Espacio de Trabajo Matemático (ETM) en Educación Matemática. De hecho, el objetivo fundamental es el estudio del trabajo matemático. La evolución temática durante los diversos encuentros nos ha permitido profundizar en la diversidad de enfoques. De forma específica la investigación que se desarrolla integra las dimensiones semióticas, cognitivas e instrumentales que conforman la definición de los temas constitutivos de ETM. Durante la conferencia de ETM3, se tuvo también en cuenta la dimensión social e institucional contribuyendo a la ampliación de puntos de vista sobre la naturaleza del trabajo matemático.

Los dos objetivos principales de esta cuarta edición son fortalecer la comunidad de investigadores de la educación interesados en el tema de la ETM y ampliar a otras perspectivas de investigación.

GENERAL OVERVIEW OF THE FOURTH ETM SYMPOSIUM

ETM meetings were initially dedicated to the study, development and possible uses of the concept of Mathematical Work Space (ETM, Espace de Travail Mathématique, in french) in mathematics education. In fact, the main objective is the study of the nature of mathematical work. This evolution has deepened and diversified the approaches to the subject. In particular, the research in this field integrates the semiotic, cognitive and instrumental dimensions of mathematical work that have contributed to the definition of constituent issues of ETM. During the ETM3 colloquium, the institutional and social dimension of mathematical work was also considered, opening the idea to researching new points of view.

The main objectives of the fourth meeting are to strengthen the community of education researchers interested in ETM, and to open the issue of ETM to other areas of research.

CADRE GÉNÉRAL DU QUATRIÈME SYMPOSIUM ETM

Les rencontres ETM étaient initialement consacrées à l'étude, au développement et aux usages possibles de la notion d'Espace de Travail Mathématique (ETM) en didactique des mathématiques. De fait, leur objet actuel vise, plus largement, à étudier ce qui est l'élément fondateur de ces rencontres : le travail mathématique. Cette évolution thématique a permis un approfondissement des pistes développées et une plus grande diversification des approches. En particulier, les recherches intégrant les dimensions sémiotiques, cognitives et instrumentales ont permis de mieux définir les enjeux constitutifs des ETM. Lors du colloque ETM3, la prise en compte de la dimension institutionnelle et sociale a permis l'ouverture du travail mathématique vers d'autres problématiques.

Cette quatrième édition vise prioritairement, la consolidation de l'ouverture de la question des ETM et du travail mathématique à d'autres sphères de recherche.

PRESIDENTE / CHAIR / PRÉSIDENTE:

Inés M^a GÓMEZ-CHACÓN. Cátedra UCM Miguel de Guzmán, Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid.

CO-PRESIDENTE / CO-CHAIR / CO-PRÉSIDENTE:

Alain KUZNIAK. Université Paris Diderot, Francia.

Philippe R. RICHARD Université de Montréal, Canada.

SECRETARIO / SECRETARY / SECRÉTAIRE:

Jesús ESCRIBANO. Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid.

COMITÉ CIENTÍFICO / SCIENTIFIC COMMITTEE / COMITÉ SCIENTIFIQUE

Iliada ELIA. Universidad de Chipre, Chipre; **Josep M^a FORTUNY**. Universidad Autónoma de Barcelona, España; **Athanasios GAGATSIS**. Universidad de Chipre, Chipre; **Inés M^a GÓMEZ-CHACÓN**. Universidad Complutense de Madrid, España; **Alain KUZNIAK** (Co-Presidente), Université Paris Diderot, Francia; **Asuman OKTAC**, Cinvestav, México; **François PLUVINAGE**. Cinvestav, México; **Luis RADFORD**. Université Laurentienne, Canadá; **Tomás RECIO**. Universidad de Cantabria, España; **Philippe R. RICHARD**. (Co-Presidente), Université de Montréal, Canadá; **Denis TANGUAY**, Université du Québec, Canadá; **Laurent VIVIER**, Université Paris Diderot, Francia.

COMITÉ DE ORGANIZACIÓN / ORGANIZING COMMITTEE / COMITÉ D'ORGANISATION

Jesús Ildelfonso DÍAZ. Instituto de Matemática Interdisciplinar (IMI), Universidad Complutense de Madrid; **Antonio DÍAZ-CANO**, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid; **Jesús ESCRIBANO**, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid; **Inés M^a GÓMEZ-CHACÓN** (Presidenta), Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid; **Victoria LÓPEZ**. Facultad de Informática, Universidad Complutense de Madrid.

ENTIDAD ORGANIZADORA / ORGANIZING INSTITUTION / INSTITUTION ORGANISATRICE

Cátedra UCM Miguel de Guzmán, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid (<http://www.mat.ucm.es/catedradeguzman/>) en colaboración con el Instituto de Matemática Interdisciplinar (IMI) (<http://www.mat.ucm.es/imi/>).

EN COLABORACIÓN CON / IN ASSOCIATION WITH / EN PARTENARIAT AVEC

University of Cyprus, Université de Montréal, Université Paris Diderot

INFORMACIÓN / INFORMATION

En sitio web: <http://www.mat.ucm.es/imi/ETM4/>

CRÉDITOS

Será convalidado por créditos. Más sinformación en la web: www.ucm.es/cursodeverano

ORGANIZACIÓN POR TEMAS

El encuentro se organizará alrededor de tres temas, y cada contribución se deberá insertar en uno de los temas propuestos.

ORGANIZATION BY TOPICS

The meeting will be organized around three main topics and each contribution must fit into one of them.

ORGANISATION THÉMATIQUE

La rencontre sera organisée autour de trois thèmes et chaque contribution devra s'insérer dans un des thèmes proposés.

TEMA 1/ TOPIC 1/ THÈME 1

El trabajo matemático y los Espacios de Trabajo Matemático/ The mathematical work and Mathematical Work Spaces/ Le travail mathématique et les Espaces de Travail Mathématique

Coordinadores: Alain Kuzniak, Athanasis Gagatsis, Denis Tanguay

En este tema, el objeto es por un lado profundizar el modelo teórico que los Espacios de Trabajo Matemático definen y por otro lado mostrar sus usos posibles como herramienta de análisis en estudios específicos. Se abordarán las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los conocimientos de referencia y conocimientos utilizados en el ETM? El trabajo matemático permite cristalizar formas de hacer y rutas de pensamiento que se dan en la resolución de problemas matemáticos en el ámbito de la enseñanza o proceden de la investigación matemática. ¿Cómo tiene lugar en los profesores, en los formadores y en los alumnos esta identificación con el trabajo matemático? ¿Cómo los ETM tienen en cuenta la cuestión de saberes y actividades que lo soportan?

Las respuestas a estas preguntas en general se basan no sólo en estudios de casos tomados en el contexto educativo de las áreas específicas (geometría, análisis, probabilidad, etc.) sino también en las actividades de modelado utilizando la interacción del mundo real y los modelos matemáticos. Asimismo se pueden basar en los estudios históricos o epistemológicos.

The purpose of this theme is, firstly, to elaborate on the theoretical model defined by the areas of mathematical workspace and, secondly, to demonstrate the possible applications as an analytical tool in particular studies. The following questions could be addressed: What is the reference knowledge and the understanding used in the ETM? The mathematical work can crystallize ways of doing and paths of thinking that appear in solving mathematical problems proposed in teaching or derived from research in mathematics. How do the identification processes of mathematical work associated with knowledge take place amongst teachers and learners? How does the ETM explain the knowledge and activities on which it is based?

The answers to these general questions could depend upon the study of cases from specific areas (geometry, analysis, probability, etc.) but also on modelling activities using the interaction of real world and mathematical models. They may also rely on historical or epistemological studies.

L'objet de ce thème est, d'une part, d'approfondir le modèle théorique défini par les Espaces de Travail Mathématique et, d'autre part, d'en montrer les utilisations possibles comme outil d'analyse dans des études particulières. Les questions suivantes pourront notamment être abordées:

Quels sont les savoirs de référence et les connaissances mobilisées dans les ETM? Le travail mathématique permet de cristalliser des manières de faire et des cheminements de penser qui apparaissent dans la résolution des problèmes de mathématiques proposés dans

l'enseignement ou qui sont issus de la recherche en mathématiques.

Comment s'opère, chez les enseignants, les formateurs et chez les élèves, ce processus d'identification du travail mathématique associé à des savoirs et à des connaissances? Comment les ETM prennent-ils en charge la question des savoirs et des activités qui en sont les supports?

Les réponses à ces questions générales pourront s'appuyer sur des études de cas prises dans le cadre d'enseignement de domaines spécifiques (géométrie, analyse, probabilités, etc.) mais aussi sur des activités de modélisation mettant en interaction monde réel et modèles mathématiques. Elles peuvent aussi s'appuyer sur des études historiques ou épistémologiques.

LOS ESPACIOS DE TRABAJO GEOMETRICO PERSONAL DE ESTUDIANTES DE LICEO: UN ESTUDIO DE CASOS

Rafael Arancibia-Rojas, Carolina Henríquez-Rivas

Universidad de Santiago, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso – Chile

El tema central de este trabajo es presentar los resultados de un análisis al trabajo matemático de cuatro estudiantes de un liceo, al resolver una tarea que tiene como propósito favorecer el tránsito y la complementariedad entre la geometría sintética y la analítica. Los estudiantes pertenecen a una institución con estudiantes sobresalientes y que ocupa el primer lugar de los establecimientos públicos en según evaluaciones de carácter nacional, lo cual para efectos de este trabajo, fue relevante en la resolución de una tarea dada. El estudio forma parte de una investigación más amplia sobre el trabajo geométrico de profesores de Enseñanza Media, sustentada en la teoría Paradigmas Geométricos y Espacio de Trabajo Geométrico.

EL TRABAJO MATEMÁTICO EN EL ANÁLISIS: UNA APROXIMACIÓN A LOS ETM EN FRANCIA Y CHILE

Soledad Estrella, Alain Kuzniak, Elizabeth Montoya-Delgadillo, Laurent Vivier

Universidad Paris Diderot, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Comparación de contextos escolares de Chile y de Francia desde el marco del ETM con objeto de desarrollar el dominio del Análisis, ETM_A .

REPRESENTATIONAL FLEXIBILITY PROFILES IN FRACTION AND DECIMAL NUMBER ADDITION**Athanasios Gagatsis*, Eleni Deliyianni** and Iliada Elia***

University of Cyprus*, Cyprus Pedagogical Institute-Ministry of Education and Culture**

The study focuses on the cognitive level of Mathematical Working Space (MWS) and the component of the epistemological level related to semiotic representations in two mathematical domains of rational numbers: fraction and decimal number addition. Within this scope, it aims to explore how representational flexibility develops over time. A similar developmental pattern of four distinct hierarchical levels of students' representational flexibility in both domains is identified. The results suggest that there is not a clear and stable correspondence between developmental levels of representational flexibility and school grades. Didactical implications are discussed.

A UNIFIED FRAME OF REFERENCE FOR THE STUDY OF STUDENTS' ERRORS AND OBSTACLES WITHIN THE DISCURSIVE GENESIS OF THE MATHEMATICAL WORK SPACE ON THE CONCEPT OF ABSOLUTE VALUE**Athanasios Gagatsis¹, S. Özel², I. Elia¹, A. Panaoura³ and Zeynep Ebrar Yetkiner Özel⁴**¹University of Cyprus, Cyprus, ²Boğaziçi University, Turkey, ³Frederick University,

In this study we analyze students' conceptions of absolute value, the errors in their mathematical work and the interrelations of these aspects of students' cognitive activity in order to identify the obstacles that hinder the discursive genesis in their personal mathematical work space for the particular concept. A number of tasks were administered to a sample of 289 ninth grade students in Turkey. The results revealed that students encountered epistemological obstacles, which have commonalities with conceptions in the historical evolution of the concept, and didactic obstacles which are related to the didactic transposition of absolute value and the phenomenon of didactic contract in mathematics teaching. We also found an interplay of the two types of obstacles, with the didactic obstacles reinforcing the epistemological obstacles in students' reasoning.

EL TRABAJO MATEMÁTICO DE PROFESORES EN EL TRÁNSITO DE LA GEOMETRÍA SINTÉTICA A LA ANALÍTICA EN EL LICEO**Carolina Henríquez-Rivas, Elizabeth Montoya-Delgadillo**

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso – Chile

En este trabajo mostramos resultados de una investigación doctoral sobre el trabajo geométrico de profesores de liceo en Chile cuando las temáticas involucran los enfoques de geometría euclidiana sintéticos y analíticos. Esta investigación está sustentada en la teoría Espacio de Trabajo Matemático (ETM). Se presentan análisis relativos al diseño y aplicación de una secuencia de situaciones de referencia en el espacio de trabajo geométrico personal de un profesor de matemática. El tema se presenta como una nueva dimensión de estudio para el ETM.

L'ACTIVITÉ ALGORITHMIQUE COMME OBJET D'APPRENTISSAGE DU CONCEPT DE PREUVE EN THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES NOMBRES: ALGORITHME DE KAPREKAR

Dominique Laval

L.D.A.R. – Université Paris 7

L'hypothèse sous-jacente des programmes français mis en place depuis 2010 dans les cours de mathématiques des classes de lycée est que le travail sur des algorithmes peut aider les élèves à accéder à de nouvelles notions mathématiques. Nous définissons d'abord des cadres théoriques permettant d'analyser des situations d'enseignement d'algorithmes au lycée, puis nous étudions l'algorithme en tant qu'objet d'apprentissages de la démarche de preuve dans un champ particulier des mathématiques: la théorie élémentaire des nombres. Notre méthodologie adaptée de l'ingénierie didactique, consiste en une série de séances, dans une classe de Terminale Scientifique (grade 12) sur un algorithme complexe, présentant plusieurs étapes de traitement : l'algorithme de Kaprekar.

EL TRABAJO MATEMÁTICO DE PROFESORES EN SU FORMACIÓN INICIAL: UN ESTUDIO EN TORNO A LAS FUNCIONES CONTINUAS

Romina Menares Espinoza, Elizabeth Montoya Delgadillo

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso– Chile

En este trabajo presentamos los resultados de un estudio realizado sobre el trabajo analítico en la formación inicial de profesores de secundaria, cuando los temas que se abordan involucran la continuidad de funciones. Mostramos lo que corresponde al Espacio de Trabajo Matemático (ETM) idóneo de dos instituciones chilenas, específicamente pensamos en la caracterización y profundización en las componentes de los planos epistemológico y cognitivo del ETM a partir de diferentes tipos de tareas relacionadas con la continuidad. Los resultados proporcionan evidencias que nos han permitido aproximarnos a distintos paradigmas en el espacio de trabajo, motivados por cambios en el conjunto dominio de las funciones estudiadas.

COMPARAISON DE LA DEMARCHE DE LA VALIDATION DANS LES ESPACES DE TRAVAIL IDOINES EN GEOMETRIE ET EN PROBABILITE

Assia Nechache

Université Paris Diderot, LDAR, Paris, France

Dans le cadre des espaces de travail mathématique, la différenciation des entrées dans le travail mathématique s'appuie sur la notion de paradigmes. Ces derniers permettent de préciser les différences épistémologiques dans la démarche de la validation. Par ailleurs, l'enseignement de la validation s'appuie essentiellement sur les divers registres de représentation sémiotiques comme support d'aide à la construction d'une preuve provoquant ainsi l'utilisation du référentiel théorique. Il convient donc de s'interroger sur la place des signes dans l'espace de travail mathématique idoine comme élément non seulement déclencheur d'usage du référentiel théorique mais également comme élément qui oriente le discours de la preuve. D'autre part, nous allons analyser le rôle du professeur dans la mise en place de cette dialectique entre le sémiotique et le discursif, en particulier la manière dont il utilise la dimension sémiotique dans la démarche de la validation.

L'ÉVOLUTION DU TRAVAIL MATHÉMATIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS EN FRANCE

Bernard Parzysz

Université d'Orléans & LDAR (université Paris-Diderot)

Résumé. L'enseignement des probabilités a considérablement évolué depuis la fin du siècle dernier, notamment en raison du développement des moyens de traitement d'information et de communication. En France, comme dans bien d'autres pays, on est passé d'une approche purement cardinaliste à une approche intégrant le point de vue fréquentiste, ce qui a notamment permis de prendre en compte de nouveaux types d'expériences aléatoires. De nouveaux artefacts ont fait leur apparition et, de façon concomitante, le point de vue de la modélisation a été privilégié en raison de son lien avec la simulation informatique. Cet article a pour objet d'analyser les modifications subies par les divers espaces de travail au cours de cette évolution, en mettant en évidence les continuités et les ruptures qui ont pu apparaître.

THE TYPES OF CHANGE THAT UNDERLIE THE TRANSITIONS AMONG THE DIFFERENT TYPES OF REPRESENTATIONS OF FUNCTIONS AND THE ETM

Athanassios Raftopoulos and Demetris Portides

University of Cyprus

Gray and Tall (1994) proposed the scheme action process object procept to describe the development of students' understanding of the notion of function. In this paper, we map the conceptual changes underpinning the transitions in the abovementioned series to the mechanisms of change proposed in Raftopoulos and Constantinou (2004). We argue that each transitional step maps into a specific type of the mechanisms of change. We also argue that the examination of the mechanisms of conceptual change that underlie the transitions in the action-process-object-procept series sheds light on the reference knowledge and understanding involved in the MWS, since the former relates to the substratum on which change operates and which enables the change, and the latter is explained both by the reference knowledge and the conceptual change.

SPACE FOR GEOMETRIC WORK: POINTS OF AFFECT

Melissa Rodd

Institute of Education, University of London

This paper uses ideas from the field of neuroscience of attention to investigate emotional (or other affective) responses - 'points of affect' - that instigate change in teachers' or learners' Space for Geometric Work ('SWG'). SWG theorises that physical space and tools or artefacts, together with suitable language development, are the components from which a cognitive grasp of geometry is formed. Research from the neuroscience of attention theorises a distinction between 'top-down' and 'bottom-up' attention. 'Points of affect' divert attention and thus can change a person's SGW. The main body of the paper concerns relationships between deductive and perceptual reasoning in terms of attention processing and points of affect. Application to teaching geometry is discussed.

PRAGMATIQUE DE LA CONSTRUCTION ET DU FONCTIONNEMENT DES ESPACES DE TRAVAIL GÉOMÉTRIQUES. ETUDE DE CAS EN GEOMETRIE DANS L'ESPACE SYNTHETIQUE AU LYCEE.

Schlosser Fabien

Université de Bordeaux

Nous traitons dans cet article la question ontologique de la construction et du fonctionnement interne des ETG personnels des élèves lors de la résolution de problèmes, et plus précisément du plan cognitif de ces espaces. Nous abordons en particulier le principe de construction des objets de la géométrie dans l'espace en nous positionnant dans un paradigme sémiotique. La représentation de ces objets par les élèves, ainsi que la production de raisonnements au sein des ETG sont également étudiés. Cette contribution s'inscrit dans le thème1 du symposium ETM 4, intitulé: «Le travail mathématique et les Espaces de Travail Mathématique».

REPRESENTACIONES Y VISUALIZACIÓN EN ÁLGEBRA LINEAL, CONECTANDO DIFERENTES MARCOS TEÓRICOS

Blanca Souto e Inés M^a Gómez-Chacón

Facultad de Ciencias Matemática, Universidad Complutense de Madrid

Esta comunicación pretende contribuir al desarrollo conceptual de la génesis visual-figurativa y semiótica. A través de conectar diferentes marcos conceptuales en el estudio de los procesos de visualización de Álgebra Lineal. En la aproximación de los ETM la génesis figurativa se considera como el proceso semiótico asociado con el pensamiento visual y la transición de una perspectiva sintáctica a una perspectiva semántica de objetos matemáticos. En este estudio se analizarán algunas nociones teóricas sobre representación y visualización particularizando en un espacio de trabajo de Álgebra Lineal en un espacio universitario, apuntando aspecto a tener en cuenta en relación al uso de la visualización en procesos de enseñanza-aprendizaje.

CIRCULATION ET COORDINATION DANS LES ESPACES DE TRAVAIL, POUR UNE ACTIVITÉ ARTICULANT GÉOMÉTRIE ET ARITHMÉTIQUE

Denis Tanguay

Université du Québec à Montréal (UQAM)

Dans le texte de cadrage (Kuzniak et Richard, 2014) et le texte de Kuzniak (2014) du numéro spécial de la revue RELIME, à paraître à la suite du symposium ETM 3, ces auteurs soulèvent la question de l'organisation de l'espace de travail mathématique quand on considère l'articulation de plusieurs domaines en interaction: comment la modélisation que le cadre des ETM propose doit-elle être adaptée pour rendre compte de la «fibration entre espaces», suggérée par un travail concomitant dans des espaces mathématiques de prime abord particularisés à différents domaines: $ETM_{géométrie}$ $ETM_{arithmétique}$ $ETM_{algèbre}$ $ETM_{géométrie}$ $ETM_{arithmétique}$ $ETM_{algèbre}$, etc. Comment la circulation entre les différents plans, tant épistémologiques que cognitifs, se fait-elle quand une tâche provoque des changements de domaine ou suscite un travail à partir d'objets et représentations issus de différents domaines, et qui sont à combiner, à coordonner? Comment en tels contextes les connaissances se construisent-elles, à travers les différentes genèses?

TEMA 2/ TOPIC 2/ THÈME 2

Especificidad de las herramientas y signos en el trabajo matemático/ Specific tools and signs in the mathematical work/ Spécificité des outils et des signes dans le travail mathématique

Coordinadores: Philippe R. Richard y Laurent Vivier, con la colaboración de Tomás Recio y Luis Radford

Este tema se centra específicamente en el uso de los entornos de tecnología y de los signos considerados mediadores del conocimiento y como elementos que influyen en el trabajo matemático. Se tratará de buscar dar respuesta a dos interrogantes.

En primer lugar, nos preguntaremos sobre las potencialidades que las tecnologías y los sistemas de signos ofrecen para transformar el trabajo matemático del estudiante. Como componente esencial del espacio de trabajo matemático, la interacción entre los instrumentos y los signos serán un punto de anclaje privilegiado.

La segunda pregunta se deriva de la consideración del trasfondo epistemológico presente en el ETM. Se trata de estudiar cómo el uso de entornos tecnológicos o sistemas de signos afectan a la construcción epistemológica específica para el estudiante, guiando su trabajo matemático. Por ejemplo, esto puede implicar tanto la naturaleza de los objetos matemáticos que el construye, como las demostraciones matemáticamente aceptables o el papel del proceso de indagación.

This topic focuses on the use of technological tools and signs that are considered vehicles of knowledge in order to see how they affect mathematical work. We may set a double question in relation to their impact.

The first one is about the potential of technological environments in transforming the mathematical work of the student. As a key element of the mathematical work space, the interactions between the environment and other components offer an extraordinary case study.

The second question arises from the consideration of epistemological background present in ETM. This is used to study how the use of technology environments or systems affects the students' own epistemological construction, influencing their work. This may involve, for example, both the nature of mathematical objects that the student constructs, the proofs that are mathematically acceptable and the role of the steps of the investigation.

Ce thème s'intéresse spécifiquement aux utilisations des outils technologiques et des signes considérés comme véhicules des connaissances afin de voir dans quelle mesure ils affectent le travail mathématique. On pourra retenir une double interrogation relativement à leur impact.

Il convient, en premier lieu, de s'interroger sur les potentialités qu'offrent les environnements technologiques et les systèmes de signes pour transformer le travail mathématique de l'élève. En tant que composante essentielle de l'espace de travail mathématique, les interactions entre les instruments et les signes pourront constituer un point d'ancrage privilégié.

La seconde interrogation découle de la considération de l'arrière plan épistémologique présent dans les ETM. Elle consiste à étudier en quoi l'utilisation d'environnements technologiques ou de systèmes de signes affecte la construction épistémologique propre à l'élève, guidant son travail mathématique. Cela peut concerner, à titre d'exemple, tant la nature des objets mathématiques qu'il construit que les preuves mathématiquement acceptables ou le rôle de la démarche d'investigation.

DISTINTAS HERRAMIENTAS PARA LA ENSEÑANZA/APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE LUGAR GEOMÉTRICO

M. Abánades*, F. Botana, J. Escribano *, I. M.^a Gómez-Chacón***

*Universidad Complutense de Madrid, **Universidad de Vigo

En este artículo se analizan y comparan la efectividad de tres herramientas de software matemático para la resolución de problemas de Lugares Geométricos. Mediante el análisis del Espacio de Trabajo Personal (ETM personal) de futuros profesores de Secundaria se busca identificar qué constituye en ellas un Espacio de Trabajo Matemático más efectivo (ETM idóneo). Para ello, se realiza una caracterización sobre lo que cualifica a las herramientas respecto a preferencias del usuario y se analiza la génesis instrumental en diversos problemas respecto a cada una de estas tres herramientas. En particular, de qué forma esta génesis integra el artefacto en aspectos clave en el aprendizaje matemático: intuición, exactitud, visualización-modelización algebraica.

EDUCACIÓN DE LA VISIÓN DE FUNCIONES EN UN PROCESO DE DESCUBRIMIENTO

Vicente Carrión Miranda y François Pluvinage

Cinvestav-IPN, México D. F.

El estudio presentado consta del diseño y la aplicación de actividades guiadas, dirigido a un público estudiantil, con objeto de estudiar los aprendizajes de algunas propiedades de las funciones, usando el software GeoGebra. Los temas examinados fueron tangentes y asíntotas en ventanas gráficas, algebraicas y CAS. Se organizaron tres sesiones con una metodología de trabajo en grupos de dos o tres individuos, dando lugar a producciones individuales. A pesar de algunas resistencias cognitivas que reportamos casi la totalidad de estudiantes aceptó la forma de trabajo y expresaron haber aprendido contenidos, estructura matemática y formas de organización para enfrentar sus aprendizajes. En la entrada, para las génesis propuestas en el modelo de los ETM, identificamos los siguientes procesos cognitivos subyacentes: observación para la visualización, trazo para la construcción y justificación para la prueba.

INTUICIÓN Y MOVIMIENTO: HACIA UNA REDESCRIPCIÓN DE LAS IDEAS INTUITIVAS DEL CÁLCULO

María Teresa Dávila Araiza y Luis Moreno-Armella

Cinvestav – IPN

El cálculo corresponde al estudio de la variación y la acumulación, pero en la enseñanza ha terminado por ser confundido con una versión del análisis matemático, una disciplina cuyas metas últimas no coinciden con las del cálculo. Las formalizaciones con base en el concepto de límite no extienden de modo natural las intuiciones de los estudiantes sobre variación y cambio; hay una fuerte tensión entre lo intuitivo y lo formal que los estudiantes resienten. En consecuencia, propondremos una organización de las ideas del cálculo coherente con aquellas intuiciones.

SIGNES ET OUTILS TECHNOLOGIQUES: OBSTACLES POUR UNE « BONNE » INTERACTION ENTRE LE CALCUL INTEGRAL ET LES LOIS DE PROBABILITE A DENSITE?

Charlotte Derouet

Laboratoire de Didactique André Revuz – Université Paris Diderot (Paris 7);

Le calcul intégral et les lois de probabilités à densité sont deux thèmes mathématiques abordés en classe de Terminale Scientifique (dernière année de lycée) en France. En probabilités, les lois uniformes dans leur généralité, les lois exponentielles et les lois normales sont introduites. L'étude des lois à densité permet d'étendre certaines notions vues sur les probabilités discrètes, dans les classes antérieures, mais aussi, comme le mentionnait l'ancien programme (BO spécial n°4 du 30 août 2001), il s'agit d' « une application de ce qui aura été fait en début d'année sur l'exponentielle et le calcul intégral ». Bien que ceci ne soit pas précisé dans le nouveau programme, le lien entre calcul intégral et lois à densité est immédiat, notamment en termes de définitions. On définit « l'intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a; b]$ comme aire sous la courbe », d'une part, et « on admet que X [une variable aléatoire, fonction de Ω dans \mathbb{R} , qui associe à chaque issue un nombre réel d'un intervalle J de \mathbb{R}] satisfait aux conditions qui permettent de définir la probabilité de l'événement $X \in J$ comme aire du domaine: $\{M(x; y): x \in J \text{ et } 0 \leq y \leq f(x)\}$ où désigne la fonction de densité de la loi et J un intervalle inclus dans J », d'autre part. Pour les deux notions (nous nous limitons au cas où la fonction est continue et positive sur un intervalle $[a, b]$ pour le calcul intégral), la référence à l'aire sous la courbe d'une fonction (continue et positive) est présente. Dans notre recherche, nous nous demandons dans quelle mesure le programme permet des interactions entre ces deux thèmes mathématiques. Notre travail s'inscrit dans le cadre théorique des Espaces de Travail Mathématique et essaie de mettre en avant les intersections et les interactions entre les espaces de travail relatifs au calcul intégral et aux lois à densité. Ici, nous allons plus particulièrement nous intéresser aux signes et aux outils technologiques utilisés dans ces deux espaces de travail mathématiques, centrés sur un objet comm un (l'aire sous une courbe) mais pour autant mêlant des outils technologiques et des signes différents dans chacun d'eux. Nous ne ferons référence dans notre poster qu'aux espaces de travail idoines à quelques manuels de Terminale Scientifique.

UN POINT DE VUE MULTIDIMENSIONNEL SUR LES OUTILS ET LES INSTRUMENTS DANS LES ESPACES DE TRAVAIL MATHÉMATIQUE

Jean-Philippe Drouhard et Alain Kuzniak

Universidad de Buenos Aires, Argentine et Université Paris Diderot, Paris, France

Dans cette communication, nous questionnons la place et le rôle des outils et instruments dans le travail mathématique. Après avoir fait une distinction entre artefacts, outils et instruments, nous introduisons un point de vue multidimensionnel sur la question des instruments en pointant des différences entre instrument sémiotique, instrument notionnel et instrument artefact. Nous réservons le terme d'instrument mathématique aux outils dont la maîtrise cognitive permet un travail mathématique complet. Pour illustrer ces distinctions, nous étudions les arbres pondérés en probabilités comme exemple d'objet initialement purement sémiotique, le calcul algébrique littéral comme exemple d'outil symbolique, le théorème de Thalès comme objet du référentiel théorique et, enfin, le compas comme artefact matériel.

INFLUENCIA DE DOS AMBIENTES: PAPEL-Y-LÁPIZ Y TECNOLÓGICO EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO BASE DE UN ESPACIO VECTORIAL

José Guzmán-Hernández y José Zambrano-Ayala

Cinvestav-IPN; Cinvestav-IPN Instituto Tecnológico de Milpa Alta

En este artículo reportamos una investigación, cuyo propósito es mostrar cómo el uso de papel-y-lápiz y tecnología (e.g., Geogebra), contribuye en el aprendizaje de conceptos relacionados con el de Base de un espacio vectorial. En el estudio participaron 13 estudiantes de nivel superior (de 20 a 28 años de edad). La investigación se apoyó en dos teorías: Cambio de atención de Mason (2008) y Representaciones de Duval (1999, 2003, 2006). La metodología consistió en el diseño de Actividades que los estudiantes llevaron a cabo por equipos usando

Geogebra, papel-y-lápiz y mediante entrevista. Nuestros resultados indican que el uso de la tecnología favorece el aprendizaje de conceptos abstractos de Álgebra lineal, pero limitado a $\mathbb{R}_2\mathbb{R}_2$ y $\mathbb{R}_3\mathbb{R}_3$.

LA PENSÉE ARITHMÉTIQUE-ALGÈBRIQUE COMME PRIORITAIRE POUR LA TRANSITION DU PRIMAIRE SECONDAIRE À TRAVERS L'ESPACE DE TRAVAIL ARITHMÉTIQUE-ALGÈBRIQUE (ETA-A) DANS LE CONTEXTE DES NOMBRES POLYGONAUX

Fernando Hitt, Mireille Saboya et Carlos Cortés

Université du Québec à Montréal et Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Dans ce document nous présentons une expérimentation liée à une pensée arithmético-algébrique (PA-A) comme prélude à la pensée algébrique (P-A) à l'école secondaire. Dans le processus de construction de cette pensée, nous analysons les productions spontanées des élèves face à une activité liée aux nombres polygonaux. Notre proposition sera de discuter de ce qui pourrait être une ETA-A (Espace de Travail arithmético-algébrique) et expliquer les processus de construction des signes (PA-A) selon ce processus naturel dans un contexte spécifique et avec une

méthodologie d'apprentissage collaborative ACODESA encadré par la théorie de l'activité et une approche technologique. Nous montrons que les représentations spontanées des élèves peuvent évoluer, dans cet environnement socioculturel.

FUNCTIONS IN TECHNOLOGICAL ENVIRONMENTS: FROM MULTI-REPRESENTATIONS TO CONNECTED WORKSPACES

Jean -Baptiste Lagrange

LDAR University Paris -Diderot and University of Reims

This paper examines the potential offered by technological environments in student's mathematical work around the notion of function. The activities offered to students are considered through a "modelling cycle" where the same functional dependency is studied in four settings: (1) a physical system (2) a dynamic geometry construction modelling the system (3) co- variation between quantities involved in the construction (4) an algebraic function. The following questions are discussed: Why and how stay away from a Platonist view of the notion of function? What are the benefits of seeing the four settings of the modelling cycle as functional workspaces? Further work on cognition inside and between workspaces is discussed in the conclusion.

REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE LAS SOLUCIONES DE LAS DESIGUALDADES LINEALES EN UNA SOLA VARIABLE

Rosa Elvira Páez Murillo y Laurent Vivier

Universidad Autónoma de la Ciudad de México; Laboratoire André Revuz – Université Paris Diderot

Con el objetivo de estudiar las representaciones que utilizan los estudiantes a nivel superior en la resolución de desigualdades lineales en una variable, diseñamos una actividad didáctica, con preguntas en la cual se solicitan conversiones entre los registros de representación algebraica, conjuntista, de intervalo, gráfico y natural. El análisis que realizamos es de corte cualitativo, con el enfoque de los Espacios de Trabajo Matemático (ETM) y la teoría de registros de representaciones, de un grupo de 14 estudiantes de ingeniería. En los resultados obtenidos, detectamos dificultades, signos y representaciones espontáneas que utilizan los estudiantes en el proceso de conciliación entre representaciones. En términos de los ETM, notamos que los registros son guiados por la visualización y un débil polo teórico.

EVALUACIÓN DEL USO DEL PIZARRÓN ELECTRÓNICO COMO ENTORNO TECNOLÓGICO MEDIADOR PARA LA ENSEÑANZA DE TÓPICOS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA

Ruth Elba Rivera, Maximiliano De Las Fuentes, Elia Leyva y Ana D. Martínez.

Facultad de Ingeniería Mexicali, Universidad Autónoma de Baja California, México

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación han provocado una verdadera transformación social y el entorno educativo no puede quedarse al margen. El pizarrón digital

interactivo (PDI), surge como una actualización del pizarrón tradicional, por lo tanto es importante aprovechar su funcionamiento como herramienta educativa mediadora de conocimiento. El interés como docentes es evaluar esta herramienta de manera formal y evidenciar su utilidad para abordar temas de cálculo diferencial. Comparando la eficiencia de los conocimientos que alcanza el estudiante al abordar conceptos en un esquema de enseñanza tradicional con otro que incorpora el PDI, el cual permite visualizar dichos conceptos.

COORDINACIÓN DE REGISTROS Y CONSTRUCCIONES MENTALES EN UN AMBIENTE DINÁMICO PARA EL APRENDIZAJE DE TRANSFORMACIONES LINEALES

César Fabián Romero Félix y Asuman Oktaç

Cinvestav - IPN;

Presentamos algunos avances de una tesis de doctorado sobre el aprendizaje de transformaciones lineales del plano en ambientes gráficos dinámicos. El enfoque de esta investigación es describir las construcciones mentales logradas en un aprendizaje apoyado en representaciones dinámicas y las relaciones entre el uso de los registros de representación y las estructuras y mecanismos mentales descritos por la teoría APOE (Arnon et al., 2014). Se diseñó e implementó un proceso de enseñanza guiado por una descomposición genética que toma en cuenta la articulación de registros y las ventajas de las representaciones dinámicas. Mostramos algunas observaciones realizadas a partir de cuestionarios y entrevistas sobre las construcciones mentales logradas y relaciones con el uso de registros.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y GRAFICACIÓN: UNA RELACIÓN SIMBIÓTICA

Leticia Sánchez López & Luis E. Moreno Armella

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México

Esta contribución aspira a alimentar el desarrollo de la noción de Espacio de Trabajo Matemático, planteando la posibilidad de extender a otros dominios la caracterización que plantea Kuzniak de los paradigmas geométricos. La vía para lograrlo es la presentación de un ejemplo en el que se discute el proceso de re-descripción representacional mediante el cual un grupo de estudiantes mexicanos dan significado de manera progresiva a las relaciones entre las gráficas cartesianas distancia-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo asociadas al movimiento rectilíneo uniforme, en interacción con el programa computacional SimCalc MathWorlds.

THE COORDINATED USE OF DIGITAL TECHNOLOGIES TO EXTEND MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING REASONING

Manuel Santos-Trigo, Luis Moreno-Armella, Matías Camacho-Machín

Cinvestav-IPN, Mexico and Universidad de la Laguna, Spain

In this study, we analyse and document the extent to which the coordinated use of different digital technologies (YouTube videos, wolframalpha-Computational Knowledge Engine, Wikipedia, and the GeoGebra dynamic environment) helps prospective teachers to engage in problem solving

activities that involve problem formulation, representation, exploration and communication of results. In this report, a problem situation that involves folding a sheet of paper is used to discuss what prospective high school teachers shows when they rely on the coordinated use of digital technology to approach the task. Results indicate that representing and exploring the tasks through the use of the tools became an opportunity for them to identify and discuss not only diverse ways solve the task; but also to examine concepts and forms of reasoning that emerged from algebraic and dynamic approaches.

TEMA 3 / TOPIC 3 / THÈME 3

Génesis y desarrollo del trabajo matemático: el papel del profesor y las interacciones / Genesis and development of mathematical work: the role of teacher, trainer and interactions / Genèse et développement du travail mathématique: rôle de l'enseignant, du formateur et des interactions

Coordinadores: Inés M^a Gómez-Chacón e Isabel Romero con la colaboración de Asuman Oktaç y Josep M^a Fortuny

Este tercer tema se centra en el rol de los docentes y las interacciones en la creación de un ETM idóneo y eficiente. Se tratará de dar respuesta a cómo gestionar las interacciones del trabajo matemático en el aula. Integrar de forma holística distintas dimensiones: cognitiva, didáctica, técnica, afectiva, cultural en el análisis de estas interacciones y en la construcción del pensamiento matemático. De forma específica reflexionar en la formación del profesorado y el rol de los formadores en este desarrollo. En la clase, el profesor ajusta y equilibra la dinámica del ETM. Propuestas desde diversas perspectivas en este tema pueden ayudar a una comprensión mayor del proceso de génesis poniendo simultáneamente en escena estudiantes y profesores.

This new topic deals with the role of the teachers and the interactions when forming a consistent but also efficient ETM. How to manage the interactions around the mathematical work in the classroom? This area will develop the analysis of these interactions and the construction of mathematical thinking from a holistic viewpoint that takes into account different interrelated dimensions (cognitive, educational, technical, affective, cultural). Specifically we will discuss what the purpose of teacher training and the trainers is during the development process. In the class, the interaction between the teacher and the students' work leads to a dynamic equilibrium of ETM. Naturally, the proposed studies within this theme may suggest other ways to describe the process of génesis involving the students and the teachers.

Ce nouveau thème questionnera notamment le rôle des enseignants et des interactions lors du façonnage d'un ETM idoine certes cohérent mais aussi efficace. Comment se gèrent les interactions autour du travail mathématique dans les classes? Cela peut être fait de façon holistique en intégrant différents points de vue (cognitif, pédagogique, affects, culturel). En classe, ces interactions entre professeurs et élève induisent un équilibre dynamique des ETM. Le rôle de la formation des enseignants et des formateurs sera discuté. Naturellement, les études proposées sur ce thème pourront proposer d'autres manières de décrire ce processus de genèse mettant en scène élèves et professeurs.

ETG IDOINES EN FRANCE, EN GRÈCE ET AU QUÉBEC - UNE ÉTUDE COMPARATIVE SUR LA FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS DU PREMIER DEGRÉ

Annette Braconne-Michoux, Université de Montréal, **Vincent Beck**, Université d'Orléans, MAPMO, **Assia Nechache**, Université d'Orléans, LDAR, **Kostas Nikolantonakis**, Université de la Macédoine Ouest, **Laurent Vivier**, Université Paris Diderot, LDAR

L'étude vise à comparer les Espaces de Travail Géométrique (Kuzniak, 2006) qui sont au cœur des formations initiales des enseignants du premier degré en France et en Grèce. Elle prolonge celle de Nikolantonakis & Vivier (2014) où une première étude a été menée à partir d'un examen grec proposé pour comparaison à des étudiants français.

Pour cette nouvelle étude, nous nous appuyons sur un nombre plus important d'étudiants-professeurs (166 grecs et 103 français). Les items sont issus d'un sujet proposé aux étudiants français, sujet extrait d'un sujet du CRPE, hormis deux exercices repris, avec des variations, de la précédente étude (exercices 2 et 3). Pour compléter les analyses, ces deux derniers exercices ont aussi été proposés à 41 étudiants québécois.

Pour chacun des exercices, une grille d'évaluation basée sur une analyse a priori des exercices et permettant une utilisation du logiciel CHIC a été élaborée.

MATHEMATICS TEACHERS' SPECIALISED KNOWLEDGE: UN MODELO ANALÍTICO PARA ESTUDIAR EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR

José Carrillo, Eric Flores-Medrano, Luis C. Contreras, Nuria Climent
Universidad de Huelva

En esta comunicación se presenta un modelo desarrollado en la Universidad de Huelva, cuya pretensión es servir para estudiar aspectos de conocimiento que utilice/necesite el profesor de matemáticas y que sólo tengan sentido para dicha profesión. El modelo, que lleva por nombre Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK), toma como base el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido. Supone un refinamiento del Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), derivado de las dificultades que nuestro grupo ha encontrado en su aplicación. Presentamos los principales referentes teóricos del modelo, los aspectos que pretende clarificar, y las distintas subdimensiones que lo componen.

ESPACIOS DE TRABAJO MATEMÁTICO EN FORMACIÓN DE MAESTROS EN UN CONTEXTO De E-LEARNING

Antonio Codina Sánchez, Isabel M^a Romero Albaladejo
Universidad de Almería

El trabajo describe las relaciones entre distintos Espacios de Trabajo Matemático bajo un modelo de e-Learning para la formación de maestros/as. Utilizando un enfoque metodológico basado en el trabajo colaborativo y la evaluación formativa, ponemos de manifiesto como no es solo el docente quien gestiona las interacciones del trabajo matemático de los estudiantes, sino que éstas son simultáneamente construidas y gestionadas también por los propios estudiantes a través de la construcción de ETM personales y de un ETM grupal.

UN ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Miguel Delgado Pineda (UNED), Carlos Armando Cuevas (Cinvestav), Magally Martínez (UAEM)

Se presenta una propuesta para extender en el marco del Master de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria de la universidad (UNED) los ETM a través de la asignatura: Innovación docente e introducción a la investigación educativa en la parte que le corresponde a la Especialidad de Matemáticas. Se plantean perspectivas para ser implementado en México.

TAREAS DE INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA CON ESTUDIANTES DE SECUNDARIA

Constantino de la Fuente Martínez*, Inés M^a Gómez Chacón, Abraham Arcavi*****

*IES Burgos, **Universidad Complutense Madrid (España), ***Institute Weizman Israel

Esta comunicación se centra en análisis de la génesis y desarrollo del trabajo matemático: el papel del profesor y las interacciones. Para ello se ha priorizado el tema de trabajo con ejemplos y contraejemplos en una demostración matemática. Con ello se intentará dar respuesta a algunas preguntas contenidas en el problema de investigación planteado en el marco de la tesis doctoral: en el desarrollo de un PIM, ¿qué papel pueden jugar los ejemplos y contraejemplos en el proceso de demostración? La interacción con el estudiante, ¿qué conocimiento matemático y sobre la enseñanza puede desarrollar en el profesor? El análisis de las producciones de los estudiantes, ¿qué principios de intervención puede proporcionar al profesor para conseguir un espacio de trabajo matemático idóneo?

ESTUDIO DE LA CALIDAD DE LA ENSEÑANZA COMPARANDO DISCUSIONES EN GRAN GRUPO DE TAREAS DE SEMEJANZA

Miquel Ferrer*, Itziar García-Horado*, Josep M. Fortuny**

**Universitat Autònoma de Barcelona, *Universidad de Oviedo

Presentamos un estudio de dos casos de profesor que pretende analizar la calidad de la enseñanza que se genera en un contexto de discusión en gran grupo. Identificamos el modo de actuación de los docentes y ejemplificamos oportunidades de aprendizaje matemático. Profundizamos en su estudio a través de las rúbricas categóricas de un instrumento de análisis y empleamos los conjuntos borrosos para mejorar la interpretación de los resultados. La investigación muestra evidencias de dos modos de actuación docente, los cuales se relacionan con las oportunidades de aprendizaje generadas en clase y con el aspecto de los conjuntos borrosos obtenidos.

LOS ESPACIOS DE TRABAJO MATEMÁTICO EN LA ENSEÑANZA DE LOS ÁNGULOS

Olimpia Figueras, Patricia Flores y François Pluvinae

Cinvestav UPN México

En México el estudio del ángulo como contenido escolar se inicia en el cuarto grado de educación primaria, no tiene ningún precedente como apoyo en el estudio de otros contenidos y las exigencias cognitivas que

requiere su comprensión son diferentes a las implicadas en otros temas. En este sentido es interesante observar cómo se tejen las relaciones entre los ETM que se hacen presentes en la clase; tomando en cuenta que unos son prescripciones el Plan, los programas de estudio y los libros de texto y otros están en continua construcción, el del maestro y el de los alumnos, el ETM del maestro es la base de las acciones de mediación e intervención para la enseñanza y los ETM de los alumnos se estructuran con base en interpretación de las diversas situaciones que estructuran la forma de hacer y pensar matemáticas.

DOS ACERCAMIENTOS PARA LA CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO QUE TIENE UN PROFESOR ACERCA DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

Eric Flores-Medrano, Dinazar I. Escudero, Miguel Montes, José Carrillo

University of Huelva, Spain

En esta investigación, de corte teórico, se presentan dos categorizaciones para el conocimiento que tiene el profesor acerca de los procesos de aprendizaje de las matemáticas. Dicho conocimiento es enfocado desde la perspectiva del modelo analítico llamado Mathematics Teacher's Specialised Knowledge. La construcción de las categorizaciones se basó en dos acercamientos teóricos de tradición relevante. Las conclusiones se enfocan en la confrontación de las categorizaciones con la finalidad de encontrar elementos comunes y complementarios, así como la potencialidad de cada categorización y las implicaciones que tienen en la profundización en el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas y en la posible conformación de programas de formación.

ACTITUDES MATEMÁTICAS Y TRABAJO GEOMÉTRICO CON GEOGEBRA

García López, M^a del Mar*, Romero Albaladejo, Isabel*, Gómez-Chacón, Inés M^a**

*Universidad de Almería, **Universidad Complutense de Madrid

Este estudio profundiza en el comportamiento de estudiantes de Secundaria (14-15 años) en el espacio de trabajo geométrico, en las transiciones que se producen entre las génesis instrumental y discursiva. Mediante un estudio a nivel macro y a nivel micro, se indaga en las contribuciones que hacen a la evolución del trabajo matemático la interacción con el profesor y los compañeros, así como los factores actitudinales, al trabajar con Sistemas de Geometría Dinámica. Los resultados muestran que los estudiantes desarrollan su dimensión actitudinal y volitiva que les permite un desarrollo intelectualmente más autónomo en matemáticas, así como una interacción con el contexto que influye en las oportunidades de aprendizaje de los procesos de argumentación y prueba, tanto para el alumno como para el profesor.

LA ESTABILIDAD EPISTEMOLÓGICA DEL PROFESOR DEBUTANTE EN EL ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO

Elizabeth Montoya-Delgadillo, Jaime Mena-Lorca, Arturo Mena-Lorca

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso – Chile

Este trabajo da evidencias acerca de la estabilidad epistemológica del profesor debutante, en cuanto a fortalecer cada dominio que enseña, por la vía de analizar su ETM-idóneo en el momento

que desarrolla ese dominio con sus estudiantes. Para ello hemos clarificado los elementos del ETM-idóneo puestos en juego por el profesor, con el objeto de determinar el rol eventual de objetos de otro dominio en las génesis activadas por la correspondiente tarea.

Mostramos resultados relativos a si acaso los profesores debutantes favorecen la concreción de las génesis semiótica, instrumental y discursiva y por ende la circulación entre los distintos polos de los planos epistemológico y cognitivo del ETM, de modo de determinar si la epistemología del profesor debutante es estable.

REELABORACIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO DE PROFESORES DE PRIMARIA SOBRE GEOMETRÍA DE LOS SÓLIDOS

Francisco Javier Olvera Bermúdez, Olimpia Figueras, Gregoria Guillén Soler

Universidad Pedagógica Nacional, Cinvestav, Universitat de València

Con la intención de favorecer la auto-regulación del desarrollo profesional (Olvera y Figueras, 2010) se constituyó una comunidad de práctica de profesores de primaria en la que las actividades propuestas incluyeron una estrategia para reelaborar conocimiento propio de los miembros de la comunidad desde un espacio de trabajo geométrico sobre los sólidos y procesos matemáticos. En el trabajo desarrollado en la comunidad de profesores de primaria se obtuvieron conclusiones en dos direcciones: una en relación con la reestructuración del espacio de trabajo geométrico de los docentes asociado con los procesos matemáticos y los objetos mentales, y la otra sobre la auto-regulación del desarrollo profesional de los docentes constituidos en comunidad (Olvera, 2013).

PRACTICES OF ITALIAN TEACHERS WITH THE DERIVATIVE CONCEPT: A PROBLEMATIC MEETING BETWEEN ALGEBRA AND ANALYSIS IN SECONDARY SCHOOL

Monica Panero, Ferdinando Arzarello, Cristina Sabena

Mathematics Department, University of Turin

This paper reports on a study from a wider project of thesis, whose main focus is investigating, in the secondary school context, the transition between two important mathematics domains: elementary Algebra and Analysis. Following Kuhn (1969), we detect some fundamental paradigm shifts between the two. They represent a change in the way of thinking about and working with functions, so that the related MWSs come to be differently structured. The paper focuses on one of these paradigms, called "paradigm of the generic". Through the analysis of how a teacher manages her students' work on the derivative function, our aim is discussing how the Analysis MWS differs from the Algebra MWS, in terms of cognitive processes and especially with respect to their genesis.

DISCUTIENDO EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE INFANTIL COMO GÉNESIS DE APRENDIZAJES FUTUROS

^{1,2}C. Miguel Ribeiro; ³M. Cinta Muñoz-Catalán; ^{3,4}M. Mar Liñán

¹Centro de Investigación sobre el Espacio y las Organizaciones, Univ. del Algarve (Portugal), ²UNESP (Rio Claro, Brasil) ³Universidad de Sevilla (España), ⁴Univ. Cardenal Spínola CEU Sevilla (España)

El conocimiento del profesor es una de las dimensiones esenciales que incide directamente en los aprendizajes de los alumnos, y puesto que la etapa de infantil deberá crear las bases para los aprendizajes futuros (con y para la comprensión), nos parece esencial una discusión y reflexión sobre el conocimiento de los profesores de esta etapa. En este trabajo discutimos ciertos aspectos de la investigación en lo que se refiere al conocimiento del maestro de educación infantil, planteando algunos de los pilares en los que se debería apoyar. Presentamos, pues, una primera aproximación al conocimiento de la estructura matemática del profesor de infantil, tomando el caso particular de la resta. Finalizamos proporcionando algunas reflexiones y consideraciones para la formación inicial y continua del profesor.

GESTION INTERACTIVE DE PROBLÈMES EN GÉOMÉTRIE POUR LE DÉVELOPPEMENT DES COMPÉTENCES DES ÉLÈVES ET L'ACQUISITION DU SAVOIR MATHÉMATIQUE

Philippe R. Richard***, Michel Gagnon** et Josep Maria Fortuny*,

*Universitat Autònoma de Barcelona (Espagne); **École Polytechnique de Montréal (Canada);

***Université de Montréal (Canada)

Notre article présente un projet de recherche issu de la didactique des mathématiques et du génie informatique dans lequel la résolution de problèmes est à la fois une condition et une conséquence de l'apprentissage de mathématiques. Nous introduisons la notion de problèmes connexes en tant que moyen employé par un agent enseignant afin de relancer un premier processus de résolution bloquée. Si notre approche théorique se centre sur les interactions didactiques et cognitives, nous accordons une attention particulière au modèle de connaissances CKÇ, au cadre des espaces de travail mathématiques et au concept de la zone proximale de développement. Nous montrons en particulier les phases prévues du déroulement de la recherche et nous terminons avec une prévision de résultats escomptés.

CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE ÁLGEBRA LINEAL BAJO EL ENFOQUE DEL MATHEMATICS TEACHER'S SPECIALISED KNOWLEDGE (MTSK)

Diana Vasco Mora y Nuria Climent

Universidad Técnica Estatal de Quevedo, Ecuador; Universidad de Huelva, España

En esta investigación analizamos tres episodios de clases de dos profesores que imparten Álgebra Lineal en el año básico de carreras universitarias. Del módulo de Álgebra Lineal se eligió observar las clases correspondientes a Matrices y Determinantes, que fueron analizadas empleando el modelo analítico de conocimiento denominado Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK). Hemos enfocado nuestro análisis en uno de los subdominios del MTSK, el conocimiento de los temas matemáticos (KoT). Con la finalidad

de determinar el conocimiento matemático que necesita el profesor y cómo sustenta su práctica, proponemos categorías para este subdominio. Además, se presentan descriptores específicos que hacen alusión al conocimiento del profesor sobre el tema analizado

HORARIO/ DAILY PLAN/ HORAIRE

	Lunes	Martes	Miercoles	Jueves	Viernes
9:00					WS T1, T2
09:30	Apertura	Intro T3	T2 et T3	T2 et T3	
10:00	Intro T1 et T2	T3 et T2			
10:30					
11:00	café	café	café	café	café
11:30	T1 et T2	T3 et T2	T3 et T1	T3 et T1	WS T3
12:00					
12:30					Clausura: 13:00
13:00	comida	comida	comida	comida	comida
15:30	T1 et T2	T3 et T1	Discusion		
16:00					
16:30					
17:00	descanso	descanso	Descanso	Visita	
17:30	T1 et T2	T3 et T1	T1 et T2	Monasterio	
18:00					
18:30					
19:00	Balance de la jornada	Balance de la jornada	Balance de la jornada		

DISTRIBUCIÓN POR TEMAS

Proposition pour un emploi du temps.

Thème 1 • Alain Kuzniak, Denis Tanguay et Athanasios Gagatsis
Le travail mathématique et les Espaces de Travail Mathématique

Horario/ Horaire/ Timetable	Autores/Auteurs/Lecturer	Título/Titre/Title	Contenido matemático/ Thème mathématique/ Tema matemático/ Mathematical topic	Especificidades/ Particularités/ Specifics
Lunes 10- 10:30		Introduction au thème 1		
Lunes 11h 30 – 13 h	Bernard Parzysz	L'évolution du travail mathématique dans l'enseignement des probabilités en France	Probabilités	ETM de référence et idoine a priori
	Assia Nechache	Comparaison de la démarche de la validation dans les espaces de travail idoines en Géométrie et en Probabilité.	Probabilités et géométrie	Question de la validation dans les ETM
Lunes 15h30 -17h	Denis Tanguay	Circulation et coordination dans les espaces de travail, pour une activité articulant géométrie et arithmétique	Géométrie et arithmétique	Circulation du savoir dans les ETM
	Carolina Henríquez-Rivas, Elizabeth Montoya-Delgadillo	El trabajo matemático de profesores en el tránsito de la Geometría sintética a la analítica	Géométrie analytique et synthétique	Articulation dans le cadre des ETM
	Poster 1 R. Arancibia-Rojas, C. Henríquez-Rivas	Los espacios de trabajo geométrico personal de estudiantes de liceo : un estudio de casos	Géométrie	
Lunes 17h30 - 19h	Romina Menares Espinoza, Elizabeth Montoya Delgadillo	El trabajo matemático de profesores en su formación inicial: un estudio en torno a las funciones continuas.	Analyse	Paradigmes et ETM
	Dominique Laval	L'activité Algorithmique comme objet d'apprentissage du concept de preuve en théorie élémentaire des nombres : algorithme de kaprekar	Algorithmique	Usage des ETM
	Poster 2 Blanca Souto e Inés M ^o Gómez-Chacón	Representaciones y visualización en Algebra Lineal, conectando diferentes marcos teóricos	Algebra	Visualización y comparacion des marcos.

Différentes perspectives sur l'étude du travail mathématique			
	Athanasios Raptopoulos and Demetris Portides	The types of change that underlie the transitions among the different types of representations of functions and the ETM	Perspective cognitive.
Martes 15h30 -17h	Fabien Schlosser	Pragmatique de la construction et du fonctionnement des espaces de travail géométriques. Etude de cas en Géométrie dans l'Espace synthétique au lycée.	Analyse Perspective sémiotique
Martes 17h30 -19h	Melissa Rodd Athanasios Gagatsis*, Eleni Delyianni** and Iliada Elia*	Space for geometric work: points of affect Representational flexibility profiles in fraction and decimal number addition	Géométrie Nombre Les affects La question de la flexibilité
Miercoles 11h30-13h	Athanasios Gagatsis, Serkan Özel, Iliada Elia, Areti Panaoura and Zeynep Ebrar Yetkiner Özel	A unified frame of reference for the study of students' errors and obstacles within the discursive genesis of the mathematical work space on the concept of absolute value	Analyse et nombre La question des obstacles, perspective épistémologique?
Miercoles 17h30 -19h	Poster 3 Soledad Estrella, Alain Kuzniak, Elizabeth Montoya-DeIgado and Laurent Vivier	El trabajo matemático en el análisis: una aproximación a los ETM en Francia y Chile	Analyse Études comparative utilisant les ETM
Miercoles 17h30 -19h	Fin des présentations et discussion pour une synthèse		
Jueves 11h30-13H	Discussion pour une synthèse		

Proposition pour un emploi du temps.

Thème 2 • Philippe R. Richard et Laurent Vivier, aidé par Tomás Recio et Luis Radford
Spécificité des outils et des signes dans le travail mathématique

Horario/ Horaire/ Timetable	Autores/Auteurs/Lecturer	Título/Titre/Title	Contenido matemático/ Thème mathématique/ Tema matemático/ Mathematical topic	Especificidades/ Particularités/ Specifics
Lunes 10 h30 – 11h		Introduction au thème 2		
Lunes 11h 30 – 13 h	Fernando Hitt, Mireille Saboya & Carlos Cortes	La pensée arithmétique-algébrique comme prioritaire pour la transition du primaire secondaire à travers l'espace de travail arithmético-algébrique (éta-a) dans le contexte des nombres polygonaux	Nombres	Systèmes de signes et représentation
	Rosa Paez & Laurent Vivier	Representaciones semióticas de las soluciones de las desigualdades lineales en una sola variable	Nombres	Systèmes de signes et représentation
Lunes 15h30 -17h	Miguel A. Abánades, Francisco Botana, Jesús Escribano & Inés M. Gómez-Chacón	Distintas herramientas para la enseñanza/aprendizaje del concepto de lugar geométrico	Géométrie, algèbre	Outils, visualisation
	Charlotte Derouet	Signes et outils technologiques: obstacles pour une "bonne" interaction entre le calcul intégral et les lois de probabilités à densité?	Analyse et probabilités (aires)	Outils, signes
Lunes 17h30 - 19h	Ruth Rivera, Maximiliano De Las Fuentes & Ana Dolores Martínez	Evaluación del uso del pizarrón electrónico como entorno tecnológico mediador para la enseñanza de tópicos del cálculo diferencial	Fonctions	Outil, représentation
	Leticia Sánchez López & Luis Enrique Moreno Armella	Movimiento rectilíneo y graficación: una relación simbiótica	Cinématique	Outils, représentation
Martes 10h00- 11h 00	Jean-Baptiste Lagrange	Functions in technological environments: from multi-representations to connected workspaces	Analyse	Outils, signes instrumentés (coordination)

Martes 11h30 -13h	Kuzniak Alain & Drouhard Jean-Philippe	Un point de vue multidimensionnel sur les outils et les instruments dans les espaces de travail mathématique	Probabilités, algèbre, géométrie	Outils, signes instrumentés
	Vicente Carrión Miranda & Francois Pluvinage	Educación de la visión de funciones en un proceso de descubrimiento	Analyse	Outils, représentation
Miércoles 9h30-11h	María Teresa Dávila Araiza & Luis Moreno-Armella	Intuición y movimiento: hacia una redescrición de las ideas intuitivas del cálculo	Analyse	Systèmes de signes (graphiques)
	Manuel Santos-Trigo, Luis Moreno-Armella & Matias Camacho-Machin	The coordinated use of digital technologies to extend mathematical problem solving reasoning	Géométrie, analyse (optimisation)	Outils, signes (coordination)
Miércoles 17h30 – 19h	César Fabián Romero Félix & Asuman Oktaç	Coordinación de registros y construcciones mentales en un ambiente dinámico para el aprendizaje de transformaciones lineales	Algèbre linéaire (transformation)	Signes instrumentés, représentation dynamique
	José Guzman-Hernández & Jose Zambrano	Influencia de dos ambientes: papel-y-lápiz y tecnológico en el aprendizaje del concepto base de un espacio vectorial	Algèbre linéaire (vecteurs)	Systèmes de signes
Jueves 9h30-11H	Discussion pour une synthèse			

Proposition pour un emploi du temps.
Thème 3. Inés M^a Gómez Chacón, e Isabel Romero con la colaboración de Asuman Oktaş y Josep M^a Fortuny
Genèse et développement du travail mathématique: rôle de l'enseignant, du formateur et des interactions

Horario/ Horaire/ Timetable	Autores/Auteurs/Lecturer	Título/Titre/Title	Contenido matemático/ Thème mathématique/ Tema matemático/ Mathematical topic	Especificidades/ Particularités/ Specifics
Martes 9h15 – 11h	Introduction au thème 3			
	García López, M ^a del Mar Romero Albaladejo, Isabel M ^a Gómez-Chacón, Inés M ^a	Actitudes matemáticas y trabajo geométrico con Geogebra	Geometría	Teoría ETM, genesis Actitudes matemáticas Procesos de argumentación
	Francisco Javier Olvera Olimpia Figueras Gregoria Guillén	Reelaboración del espacio de trabajo matemático de profesores de primaria sobre geometría de los sólidos	Geometría	Teoría ETM Autoregulación desarrollo profesional Objetos mentales y procesos
Martes 11h 30 – 13 h	José Carrillo, Eric Flores-Medrano, Luis C. Contreras, Nuria Climent	Mathematics Teachers Specialised Knowledge Un modelo analítico para estudiar el conocimiento del profesor	No centrado en un área específica Ejemplos variados	Modelo teórico Mathematics Teachers Specialised Knowledge (MTSK)
	Eric Flores, Dinazar I. Escudero, Miguel A. Montes, José Carrillo	Dos acercamientos para la caracterización del conocimiento que tiene un profesor acerca del aprendizaje en matemáticas	No centrado en un área específica	Modelo teórico (MTSK) Categorías Pedagogical content knowledge, Math. proficiency
Martes 15h30 -17h	Diana Vasco y Nuria Climent	Análisis del conocimiento de un profesor de álgebra lineal bajo el enfoque del Mathematics Teachers Specialised Knowledge	Algebra Lineal	Modelo teórico Mathematics Teachers Specialised Knowledge (MTSK)
	Philippe R. Richard, Michel Gagnon, Josep Maria Fortuny	Gestion interactive de problèmes en géométrie pour le développement des compétences des élèves et l'acquisition du savoir mathématique	Resolucion de Problemas Geometría	Teoría ETM y otras Proyecto de Investigación

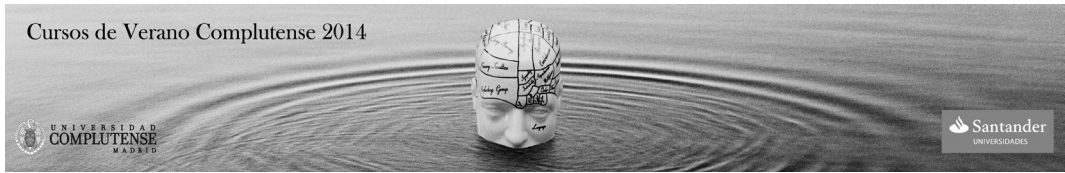
Martes 17h30 - 19h	Miquel Ferrer, Itziar García-Honrado y Josep Maria Fortuny	Estudio de la calidad de la enseñanza comparando discusiones en gran grupo de tareas de semejanza	Geometría	ETM-génesis Gestión de clase Modos de actuación docente
	Antonio Codina Sánchez, Isabel M ^a Romero Albaladejo	Espacios de trabajo matemático en formación de maestros en un contexto de E- Learning	Varias áreas Aritmética/ Geometría	Interacción entre ETM Evaluación
Miércoles 9h30 - 11h	Constantino de la Fuente Martínez Inés M ^a Gómez Chacón Abraham Arcavi	Tareas de investigación matemática con estudiantes de Secundaria (16-18 años)	Resolución de problemas Demostración	Design Research Tareas de Investigación
	C. Miguel Ribeiro, María Cinta Muñoz-Catalán, María del Mar Liñán	Disutiendo el conocimiento matemático especializado del profesor de infantil como génesis de aprendizajes futuros	Aritmética	Modelo teórico (MTSK) Conocimiento de la estructura matemática, Educación Infantil
Miércoles 11h30 -13h	Elizabeth Montoya-Delgadillo, Jaime Mena-Lorca, Arturo Mena-Lorca	La estabilidad epistemológica del profesor debutante en el Espacio de Trabajo Matemático	Geometría/Álgebra	ETM- Idóneo Circulación entre génesis
	Monica Panero, Ferdinando Arzarello Cristina Sabena	Practices of Italian teachers with the derivative concept : a problematic meeting of Algebra and Analysis in secondary school	Álgebra / Análisis	Paradigmas ETM Teoría Antropológica de lo didáctico Gestión
Jueves 9h30-11h	O. Figueras, P. Flores y F. Pluvinage	Los ETM en la enseñanza de los ángulos	Geometría	ETM
	Poster Miguel Delgado, Carlos Armando Cuevas, Magally Martínez	Un espacio de Trabajo matemático virtual en la formación inicial de profesores de matemáticas	Non contenido específico	
Jueves 11h30-13H	Poster Annette Braconne-Michoux, Vincent Beck, Assia Nechache, Kostas Nikolantonakis and Laurent Vivier	ETG idoines en France, en Grèce et au Québec – une étude comparative sur la formation initiale des enseignants du premier degré	Varios contenidos	Evaluación
	Discussion pour la synthèse			
		Discussion pour une synthèse		

LISTA DE PARTICIPANTES/ LIST OF PARTICIPANTS/ LISTE DE PARTICIPANT

Nombre/ name/ nom	Institución/ institution/ institution	Pais/ country/ pays	Email
Álvarez García-Mon, Isabela Manuela	Universidad Complutense de Madrid	España	isabel.alvarez.mon@gmail.com
Braconne-Michoux, Annette	Université de Montréal	Canadá	annette.braconne-michoux@umontreal.ca
C Camacho Machin, Matías	Universidad de la Laguna	España	mcamacho@ull.es
Carrillo Yañez, José	Universidad de Huelva	España	carrillo@uhu.es
Carrión Miranda, Vicente	Cinvestav-IPN	México	vcarrion@cinvestav.mx
Clement Rodríguez, Nuria	Universidad de Huelva	España	climent@uhu.es
Codina Sánchez, Antonio	Universidad de Almería	España	gascon@mat.uab.cat
Contreras González, Luis Carlos	Universidad de Huelva	España	lcarlos@uhu.es
Dávila Araiza, María Teresa	Cinvestav-IPN	México	tere.davila.araza@gmail.com
De la Fuente Martínez, Constantino	Universidad Complutense de Madrid	España	consdelafu@gmail.com
Delgado Pineda, Miguel	UNED	España	miguel@mat.uned.es
Derouet, Charlotte	Université Paris Diderot	Francia	derouet@math.univ-paris-diderot.fr
Díaz-Cano Ocaña, Antonio	Universidad Complutense de Madrid	España	adiazcan@ucm.es
Díez Albert, Pablo	Universidad Complutense de Madrid	España	pablo.dial@gmail.com
Drouhard, Jean-Philippe	Universidad de Buenos Aires	Argentina	jprouhard@ccpems.exactas.uba.ar
Escribano Martínez, Jesús	Universidad Complutense de Madrid	España	jesusec@ucm.es
Escudero Ávila, Dinazar Isabel	Universidad de Huelva	España	eadinazar@hotmail.com
Ferrer Puigdelívo, Miguel	Universidad Autónoma de Barcelona	España	miquel.ferrer.puigdelívo@uab.cat
Flores Lara, Patricia	Universidad Pedagógica Nacional	México	pflores63@hotmail.com
Flores Medrano, Eric	Universidad de Huelva	España	ericfm_0@hotmail.com
Fuentes Rivera, Maricela	UCM	España	maryocso@hotmail.com

Gabb, Tegwen	University of Bristol	Reino Unido	tiggy_gabb@hotmail.co.uk
Gagatsis, Athanasios	University of Cyprus	Chipre	gagatsis@ucy.ac.cy
García-Honrado, Itziar	Universidad de Oviedo	España	garciaitziar@uniovi.es
Gómez-Chacón, Inés Mª	Universidad Complutense de Madrid	España	igomezchacon@mat.ucm.es
González de Rábago, Miriam	Universidad Complutense de Madrid	España	miriamgonra@hotmail.com
Henríquez Rivas, Carolina Andrea	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Chile	carohenriquezrivas@gmail.com
Hitt, Fernando	Université du Québec à Montréal	Canadá	hitt.fernando@uqam.ca
Kuzniak, Alain	Université Paris Diderot	Francia	alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr
Lagrange, Jean-Baptiste	Université Paris Diderot	Francia	jeanbaptiste.lagrange@sfr.fr
Laval, Dominique	Université Paris Diderot	Francia	dominique.laval@gmail.com
Liñán García, María del Mar	Universidad de Sevilla	España	mlinan@US.es
Menares Espinosa, Romina	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Chile	menares.romina@gmail.com
Montoya Delgado, Elizabeth	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Chile	emontoya@ucv.cl
Muñoz Catalán, María de la Cinta	Universidad de Sevilla	España	mmunozcatalan@us.es
Nechache, Assia	Université Paris Diderot	Francia	assia.nechache@hotmail.fr
Olvera Bermúdez, Francisco Javier	Universidad Pedagógica Nacional	México	panchoupn@prodigy.net.mx
Páez Murillo, Rosa Elvira	Universidad Autónoma de la Ciudad de México	México	rositaepm@yahoo.com.mx
Panero, Mónica	Università degli Studi di Torino	Italia	monica.panero@unito.it
Parzys, Bernard	Université Paris-Diderot	Francia	parzys.bernard@wanadoo.fr
Portides, Demetris	University of Cyprus	Chipre	portides@ucy.ac.cy
Raftopoulos, Athanasios	University of Cyprus	Chipre	araftop@ucy.ac.cy
Recio Muñoz, Tomás Jesús	Universidad de Cantabria	España	tomas.recio@unican.es
Rivera Castellón, Ruth Elba	Universidad Autónoma de Baja California	México	rivera@uabc.edu.mx

Richard, Philippe R.	Université de Montréal	Canadá	philippe.r.richard@umontreal.ca
Rodd, Mary Melissa	Institute of Education, University of London	Reino Unido	m.rodd@ie.ac.uk
Romero Albaladejo, Isabel	Universidad de Almería	España	imromero@ual.es
Romero Félix, César Fabian	Cinvestav - IPN	México	cesar.felix@gmail.com
Sánchez López, Leticia	Cinvestav-IPN	México	leticiasanlo@hotmail.com
Santos-Trigo, Manuel	Cinvestav-IPN	México	msantos@cinvestav.mx
Schlosser, Fabien	Université Bordeaux	Francia	fabien.schlosser@free.fr
Tanguay, Denis	Université du Québec	Canadá	tanguay.denis@uqam.ca
Vasco Mora, Diana Lucía	Universidad Técnica Estatal de Quevedo	Ecuador	dianav350@yahoo.com
Vivier, Laurent	Université Paris Diderot - LDAR	Francia	laurent.vivier@univ-paris-diderot.fr
Zambrano Ayala, José	Cinvestav-IPN	México	jzambrano@cinvestav.mx



Lugar de celebración/Conference Address/Lieu de la rencontre

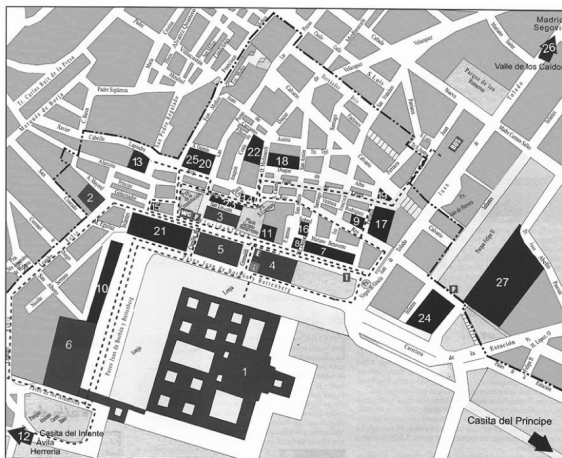
San Lorenzo de El Escorial

Sede EUROFORUM Infantes (<http://www.euroforum.es/>)

Calle Del Rey, 38.

Tif.: (+34) 918967000

Mapa/ Map/ Carte



1. Real Monasterio
2. Casa de Jacomezto
3. Casa de los Doctores Catedráticos del Colegio
4. Primera Casa de Oficios
5. Segunda Casa de Oficios
6. Casa de la Compañía (Universidad)
7. Reales Cuarteles
8. FONDA de los Milaneses
9. Casa del Conde de Francia
10. Casa de los Infantes y de la Reina
11. Real Coliseo Carlos III
12. Casita del Infante
13. Hospital de San Carlos
14. Casa para Arrendar (Felipe Diaz)

15. Casa Alcaide Mayor
16. Casa para Arrendar (Francisco Martinez)
17. Cocheros del Rey
18. Casa del Duque de Alba
19. Casa del Marqués de Campo Villar
20. Cuartel de Inválidos y Voluntarios a Caballo
21. Tercera Casa de Oficios
22. Casa del Duque de Medinaceli
23. Casa de las Columnas
24. Casa de Familias de Infantes (Euroforum)
25. Mercado Público
26. Valle de los Caídos
27. Auditorio de la Comunidad de Madrid

Signo: Oficina Itineraria
 XVI
 XVII
 XVIII
 Conjunto Histórico Artístico

Información
 Calle peatonal
 Taxis
 Salas de Exposiciones
 Aulas Públicas
 Aparcamiento

Oficina de Turismo - Centro de Interpretación
 C/ Gramsci, 4. Tel: 918 905 313
info@sanlorenzoturismo.org
www.sanlorenzoturismo.org

1. Royal Monastery
2. House of Jacomezzo
3. House of the Professors of the College
4. First house of trades
5. Second house of trades
6. House of the Compañía (Holy Company) (University)
7. Royal Barracks
8. Milanese Inn/Tavern
9. House of the French Consul
10. House of the Princesses and the Queen
11. Royal Coliseum Carlos II
12. Hunting pavillion of the Prince
13. San Carlos Hospital
14. House for rent (Felipe Diaz)
15. Govenor's House
16. House for rent (Francisco Martinez)
17. Royal Stables
18. House of the Duke of Alba
19. House of the Marquis of Campo Villar
20. Barracks of the disabled and of volunteers on horseback
21. Third house of trades
22. House of the Duke of Medinaceli
23. House of the Columns
24. House of the family of the Princess (Euroforum)
25. Public Market
26. Valley of the fallen
27. Auditorium of the Community of Madrid



UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

Patrocinador general

